WYKŁAD 13

ANALIZA I ROZPOZNANIE OBRAZU

Współczynniki kształtu *W1,...,W9* stanowią ***skalarną miarę kształtu*** analizowanego obiektu.

Konstrukcja *wektora cech* z użyciem współczynników kształtu

Wektor cech:

$\underline{x} = [x_1, ..., x_n]^T \qquad \underline{x} \in X$

n – liczba cech

X – przestrzeń wektorów cech

Np. n=2, x_1=W3, x_2=W8; Wtedy $\underline{x} = [W3, W8]^T$

Przykład: Przedstawić za pomocą odpowiedniego wzoru i umiejscowić w dwuwymiarowej ***przestrzeni wektorów cech*** dwa wektory cech odpowiadających współczynnikom kształtu o następujących wartościach:

Obraz 1:

$x_1^1 = W3 = 2, \quad x_2^1 = W8 = 4$

Obraz 2:

$x_1^2 = W3 = 3, \quad x_2^2 = W8 = 5$

Rozwiązanie:

Wektor cech obrazu 1:

$\underline{x}^1 = [x_1^1, x_2^1]^T = [W3, W8]^T = [2,4]^T$

Wektor cech obrazu 2:

$\underline{x}^2 = [x_1^2, x_2^2]^T = [W3, W8]^T = [3,5]^T$

Następnie znajdujemy różnicę pomiędzy wektorami cech obrazu 1 i 2 stosując znane metryki.

Współczynnik kształtu jako element kodu wynikowego obrazu w procesie kompresji

Przykład: proces kompresji **jednoobiektowego** obrazu o rozmiarach 256×256 punktów (piksli).

- postać rastrowa: 256×256×1 bajt = 65536 bajtów.
- postać binarna 65536 **:** 8 = 8192 bajtów.
- postać wektorowa : (współrzędne x,y kolejnych punktów konturu) - tyle ile punktów konturu×2; np.: 1000×2 = 2000 bajtów
- kod Freemana: 2000 **:** 5 = 400 bajtów (**w przybliżeniu**);
- po kompresji metodą interpolacji krzywych dyskretnych odcinkach linii prostej dyskretnej tzn. z zapisu za pomocą współrzędnych x,y kolejnych punktów konturu na zapis za pomocą współrzędnych x,y wybranych węzłów interpolacji; w zależności od **stopnia kompresji** (*SK*) równoważnej **współczynnikowi redukcji pamięci** (*WRP*):

$$\frac{2000}{WRP} \text{ bajtów}$$

Np. dla WRP = 50 zapis za pomocą współrzędnych o liczbie

$$\frac{2000}{50} = 40 \text{ bajtów (20 węzłów interpolacji)}$$

- Współczynnik kształtu *W* jest **jedną liczbą** zajmującą np. 2 bajty.

Po zakodowaniu jednoobiektowego obrazu z przykładu za pomocą współczynnika *W* kompresja w stosunku do postaci rastrowej będzie wynosić:

$$SK = WRP = \frac{65536}{2} = 32768$$

Własności współczynników kształtu *W*:

- zbliżone wartości *W* dla obiektów o zbliżonym kształcie pozwalają określać stopień podobieństwa nieznanego obiektu do poszczególnych znanych klas,
- identyczne kształty - identyczne wartości *W*.

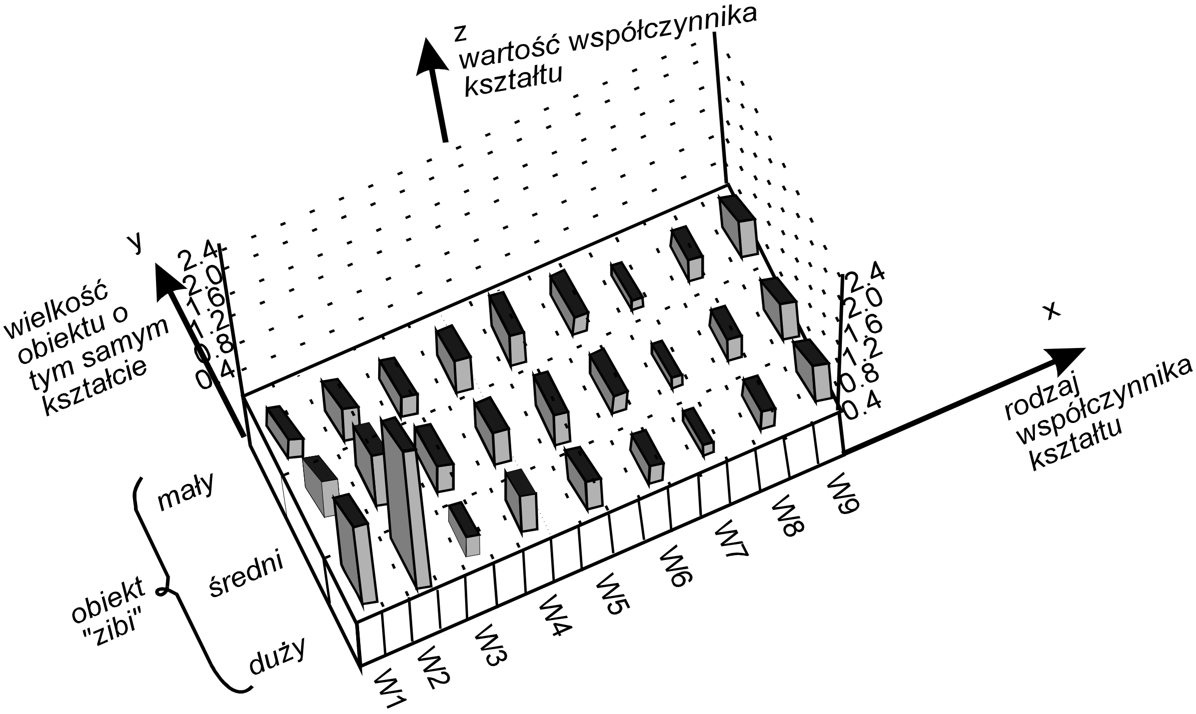
Wady współczynników kształtu:

- duże zmiany skali mogą powodować, że współczynniki *W* dla różnych wielkości tego samego obiektu różnią się między sobą. Pojawia się wtedy możliwość błędnego zakwalifikowania do innej klasy, np. prostokąta do klasy „koło" lub odwrotnie.

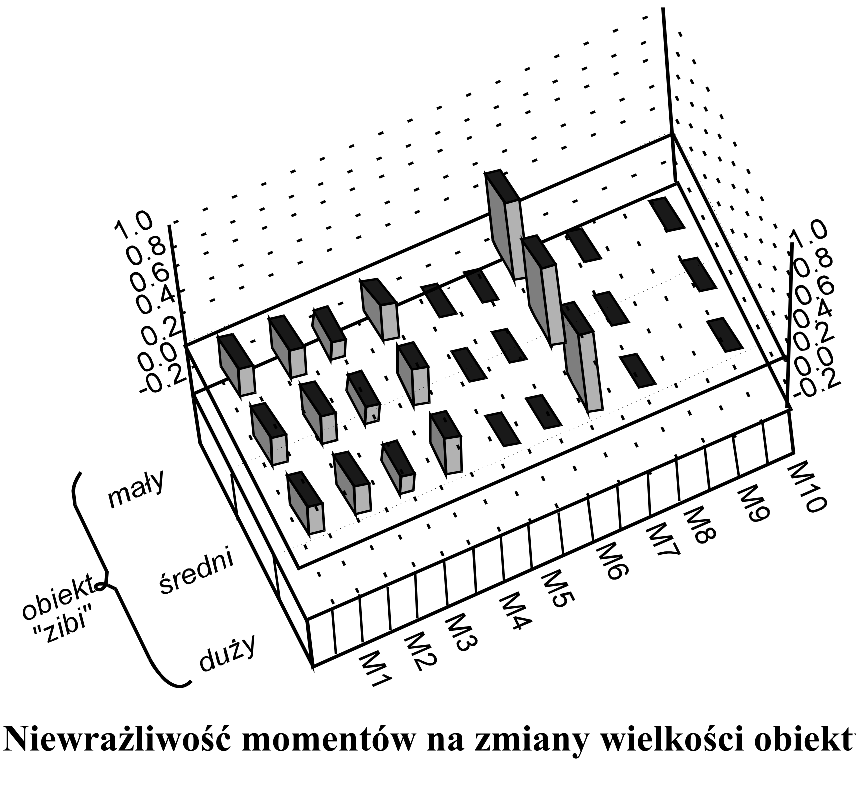
Momenty geometryczne

Pozwalają na lepsze rozróżnienie obiektów niż współczynniki kształtu, ale wymagają dłuższych obliczeń

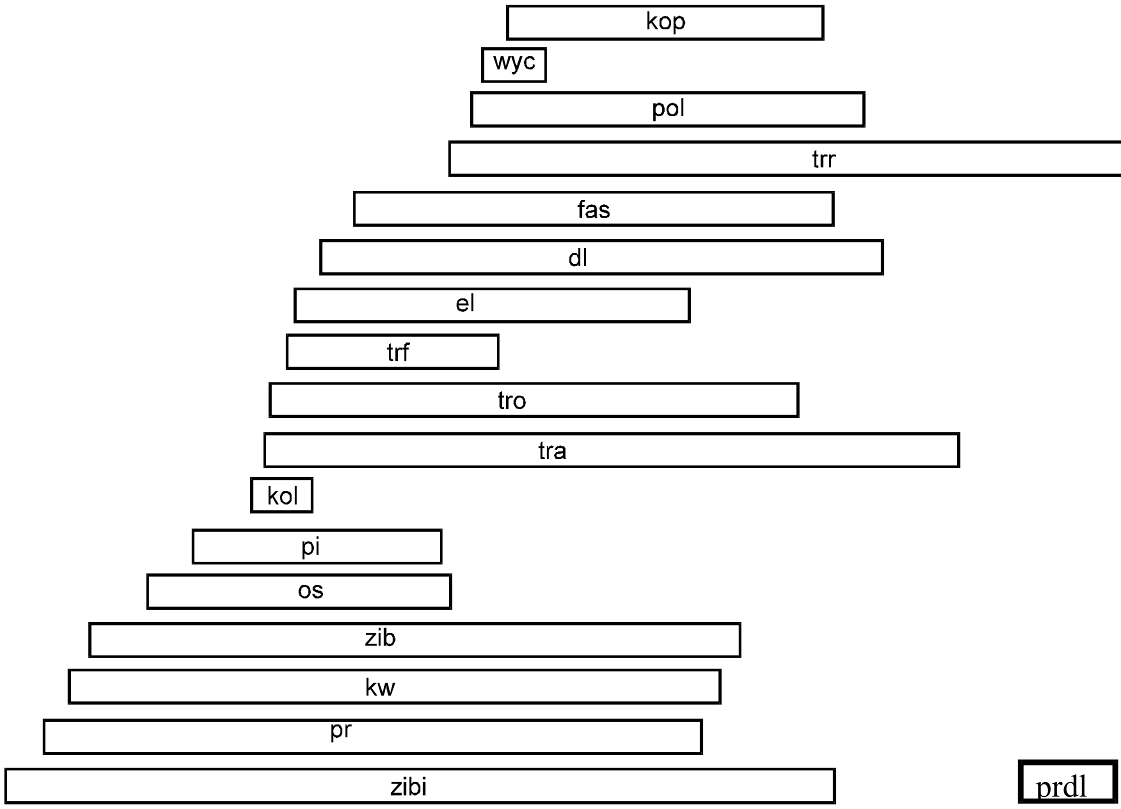
Wykresy słupkowe (3D)



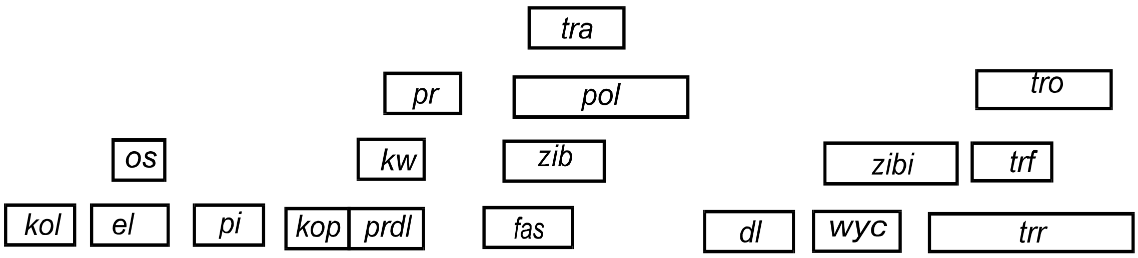
Wrażliwość współczynników kształtu na wielkość obiektu



Niewrażliwość momentów na zmiany wielkości obiektu



Przedziały zmienności współczynnika W8 dla różnych obiektów (kop,wyc, pol, ...)



Wartości momentu M7 dla różnych obiektów (kop,wyc,pol,..)

Źródła niejednoznaczności:
1. duży przedział zmienności cechy
2. pokrywanie się cech przy małych lub zerowych przedziałach zmienności cechy

Wniosek:

Ani współczynnik kształtu ani moment nie mogą być użyte jako **jedyna** miara opisująca kształt obiektów (rozpoznanie byłoby wtedy niejednoznaczne)

Porównanie współczynników kształtu i momentów

- Współczynniki kształtu
  - wykazują większą czułość na zniekształcenia niż momenty;
  - wpływ dyskretyzacji na współczynniki daje błąd rzędu kilku %;
  - niektóre współczynniki (W1,W2) są silnie zależne od wielkości obiektu (zgodnie z ich definicją) i ich użyteczność jest zależna od stopnia normalizacji;
  - zakres przyjmowanych wartości (z wyłączeniem W1 i W2) 0,01–100,0;
  - wszystkie współczynniki mają zbliżoną wrażliwość na deformacje kształtów;
  - czas obliczeń współczynnika Danielssona (W5) jest kilkadziesiąt razy dłuższy od czasu obliczeń pozostałych współczynników

- Momenty
  - wyrażenia momentowe nie się zbyt wrażliwe na zmiany kształtów obiektów;
  - wpływ dyskretyzacji na momenty daje błąd rzędu kilku %;
  - błąd rośnie w miarę wzrostu rzędu momentów;
  - zakres przyjmowanych wartości momentów: 10^{-22}–10^{0};
  - w zależności od kształtu obiektów (dla określonej klasy) niektóre momenty przyjmują wartości zbyt małe dla istotności analizy

  (poniżej 10^{-9}), wtedy przy wyborze **wektora cech** można je pominąć;
  - największą **inwariantność** wykazują momenty M1 i M7;
  - istnieją szybkie algorytmy obliczania momentów

Analiza obrazu - **r**ealizacja *odwzorowania*:

$$B : D \to X$$

– D - przestrzeń obrazów,

- X - przestrzeń *wektorów cech*
- B - odwzorowanie
- wyznaczenie cech obiektów (wyodrębnionych uprzednio w procesie segmentacji) przydatnych w procesie właściwego rozpoznawania;
  cechy charakteryzujące kształty; współczynniki *niezmiennicze* względem typowych przekształceń obrazów (obroty, przesunięcia, zmiany skali)
- *współczynniki kształtu*,
- *momenty geometryczne*.

Analiza obrazu: redukcja obrazu do *punktu* w n-wymiarowej *przestrzeni cech* lub do *wektora cech* $\underline{x}$ w n-wymiarowej przestrzeni cech:

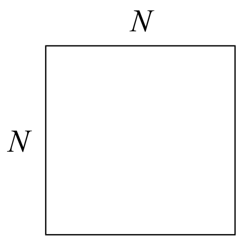
$$\underline{x} = [x_1, ..., x_n]^T \qquad \underline{x} \in X$$

$x_1, ..., x_n$ - współrzędne (składowe) wektora

Przykład: piksel jako *składowa* N^2 elementowego wektora cech (tzn. $n=N^2$).

$$\text{Obraz}\begin{cases} N \times N \\ M = 256 \rightarrow B = 8\,(1 bajt) \end{cases}$$

M - liczba poziomów jasności



wtedy: $$\underline{x} = \left[x_1, ..., x_{N^2}\right]^T \equiv \underline{d} = \left[d_1, ..., d_{N^2}\right]^T$$

$$L = 2^{B \cdot N \cdot N}$$

L - liczba klas, czyli w tym przypadku liczba wszystkich możliwych obrazów, piksel d_i stanowi i-tą składową wektora cech, gdzie $i=1,...,N^2$.

Rozpoznanie obrazu – realizacja odwzorowań:

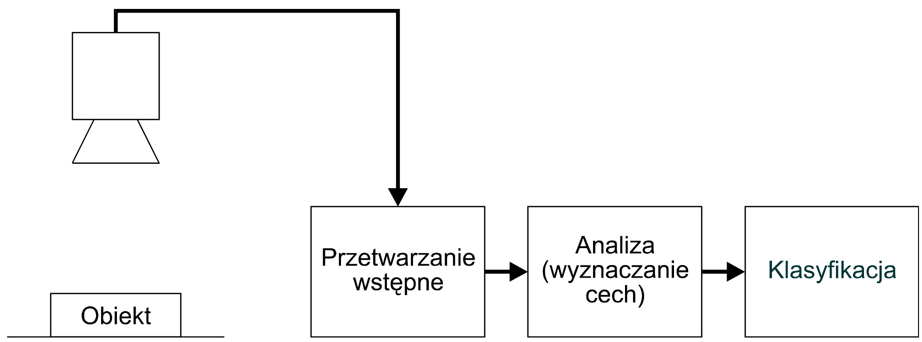
$$C : X \rightarrow R^L \qquad F : R^L \rightarrow I$$

C - ustalenie *miary podobieństwa (dopasowania)* nieznanego obiektu $d \in D$ opisanego wektorem cech $x \in X$ do jednej z klas L

F - ustalenie ostatecznej decyzji o przynależności obiektu d opisanego wektorem cech $\underline{x}$ do klasy $i \in I$, dla której miara podobieństwa jest maksymalna.

Efekt rozpoznania - automatyczna identyfikacja klasy, do której można zaliczyć nieznany obiekt (np. obraz).

Złożenie 3 odwzorowań: $A: D \rightarrow I$, $A = F \cdot C \cdot B$



$B: D \rightarrow X$ $(cechy)$ $\quad$ $C: X \rightarrow R^L$ $(dopasowanie)$ $\quad$ $F: R^L \rightarrow I$ $(decyzja)$

<u>Oznaczenia:</u>

– X - przestrzeń cech,

– $C^i(\underline{x})$ - funkcja przynależności (miara dopasowania $\underline{x}$ do i-tej klasy),

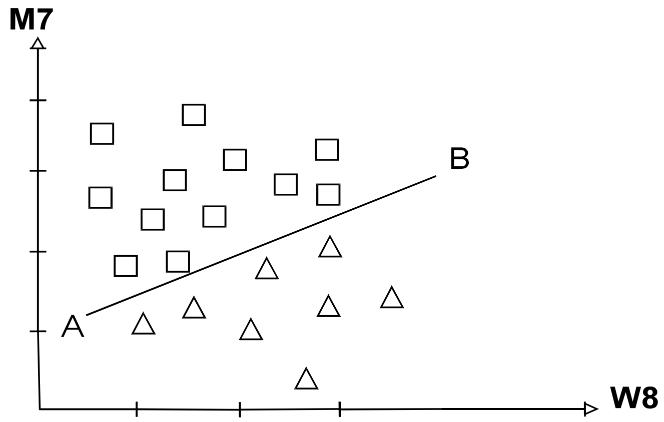
– R^L - L liczb rzeczywistych,

- I - zbiór indeksów klas. tzn. $i \in I$

Analiza: Redukcja obrazu do ***punktu*** w n-wymiarowej przestrzeni lub ***wektora cech*** $\underline{x}$ w n-wymiarowej ***przestrzeni cech*** X

gdzie:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix}; \quad x \in X$$



Przykład: wektor w 2-wymiarowej przestrzeni cech.

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

gdzie: x_1 - wartość współczynnika kształtu (np.: W8)
x_2 - wartość momentu np. M7

Wyznaczenie wektorów cech dla □ i dla △

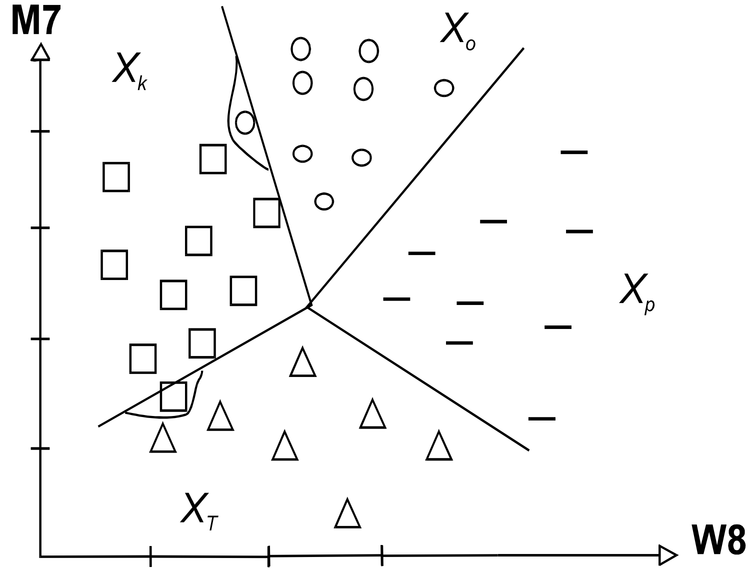
Zadanie: **Podział** przestrzeni cech na dwa obszary z których jeden dotyczy □ a drugi △

klasa

Jest to **problem rozpoznania**
AB - linia podziału

Składowa statystyczna problemu: poszukiwanie *procedury podziału* **minimalizującej** prawdopodobieństwo błędu.

Procedura podziału przestrzeni cech jest to procedura **znajdywania linii podziału** na 2 lub więcej obszarów odpowiadających każdemu **danemu zbiorowi wektorów cech**, i jednocześnie **danej klasie.**



$\underline{x_k} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ kwadrat;

$\underline{x_T} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ trójkąt;

$\underline{x_p} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ prostokąt;

$\underline{x_o} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ okrąg;

Idealny podział: taki, że wszystkie wektory cech znajdują się w odpowiadających im obszarach.
Jeśli jest to niemożliwe: - podział **minimalizujący** *prawdopodobieństwo błędu* (błędnej decyzji), lub podział **minimalizujący** *błąd średni.*
Algorytmy rozpoznawania przynależności obiektów do pewnych klas wykorzystują ***ciąg uczący*** złożony z obiektów, dla których **znana jest** prawidłowa klasyfikacja

Efektywność rozpoznania zależy od właściwego **doboru cech obiektów** w procesie analizy.

Miary tej efektywności: wartości **prawdopodobieństwa błędu** (błędnej decyzji) lub **błędu średniego** powstające w trakcie podziału przestrzeni cech.

- ***Recepcja*** i struktura przestrzeni cech

$B: D \rightarrow X$ zamiana obiektów $d \in D$ w punkty przestrzeni cech,
recepcja (przyjmowanie) obrazów do X, czyli do przestrzeni cech.
Elementami przestrzeni cech X są wektory o n współrzędnych (składowych):

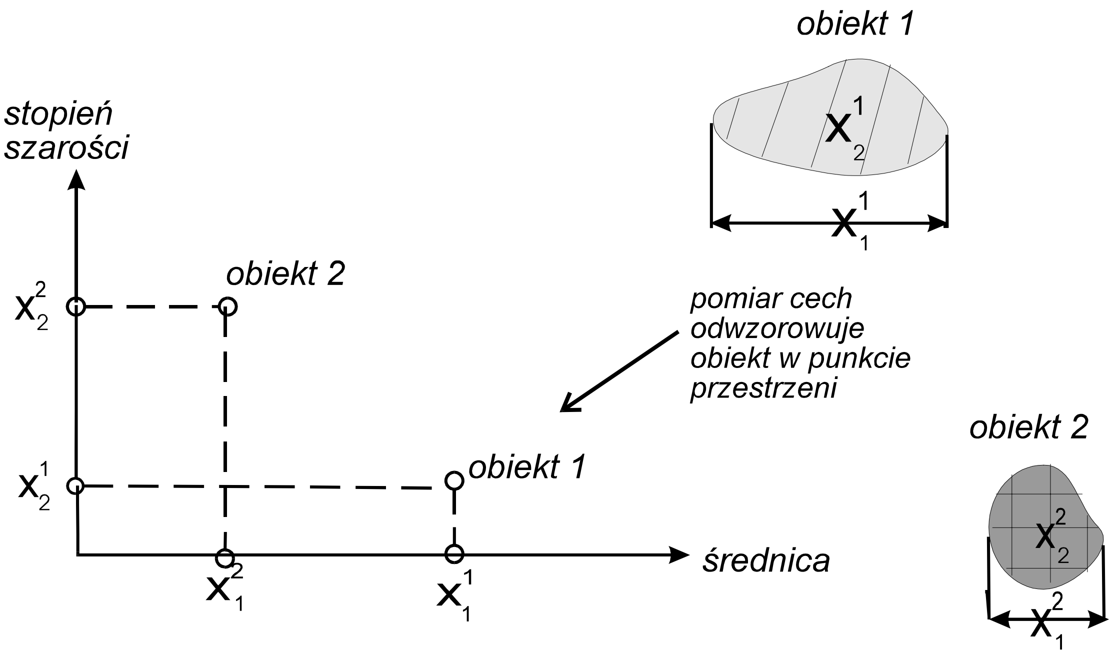
$$\underline{x} = \langle x_1, x_2, ..., x_n \rangle \in X$$

składowe x_ν tych wektorów - liczby $x_\nu \in R$ określające **ilościową** miarę określonej cechy;

stąd: X - n-wymiarowa przestrzeń, np. Euklidesowa,

czyli: $(\ X \subseteq R^n\ )$

Przykład: **cechy obiektów** są to **współrzędne przestrzeni** *X*; odwzorowanie obiektu $d^\mu \in D$ w punkt $\underline{x}^\mu \in X$ charakteryzowany przez współrzędne x_1^μ, x_2^μ



W tym przykładzie zdefiniowano cechy ***ilościowe*** (opisane za pomocą liczb rzeczywistych)

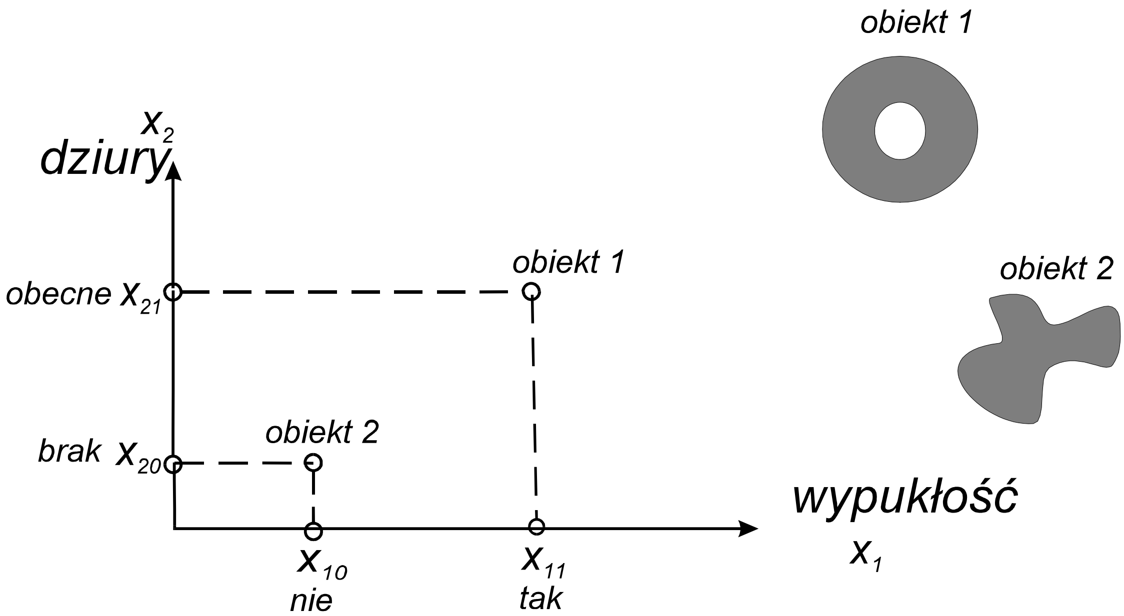
Obiekty $d \in D$ potencjalnie posiadają **nieskończenie wiele** cech

Zasada Brawermanna wyboru cech:

Taki dobór cech x_{ν}, aby w przestrzeni X punkty $\underline{x}$ odpowiadające obiektom d należącym do jednej klasy $(d \in D_i)$ grupowały się w postaci *skupisk* (ang. clusters) możliwie maksymalnie **zwartych** wewnętrznie i możliwie najbardziej **oddalonych** od podobnych skupisk dla innych klas.

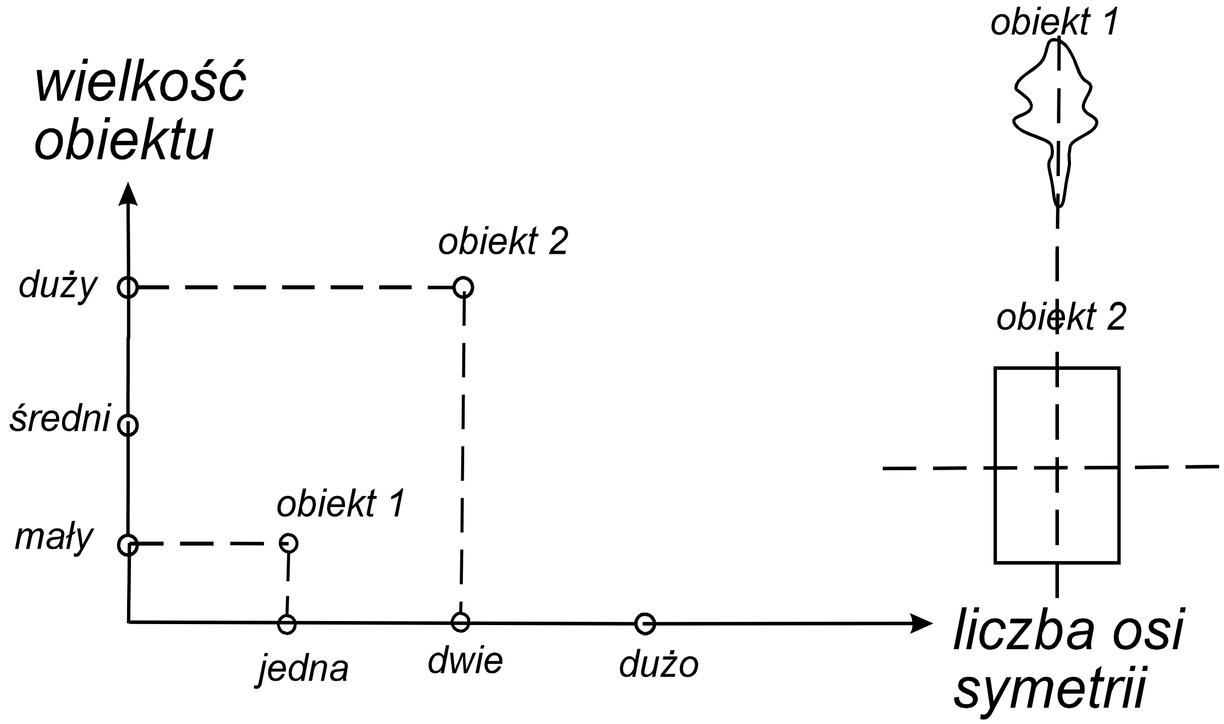
Przykład: cechy ***binarne***

$$\underline{x^1} = \langle x_{11}, x_{21} \rangle$$



Automatyczny wybór (dobór) cech - *systemy ekspertowe*

Przykład: Cechy jako **kody** opisujące właściwości obiektów

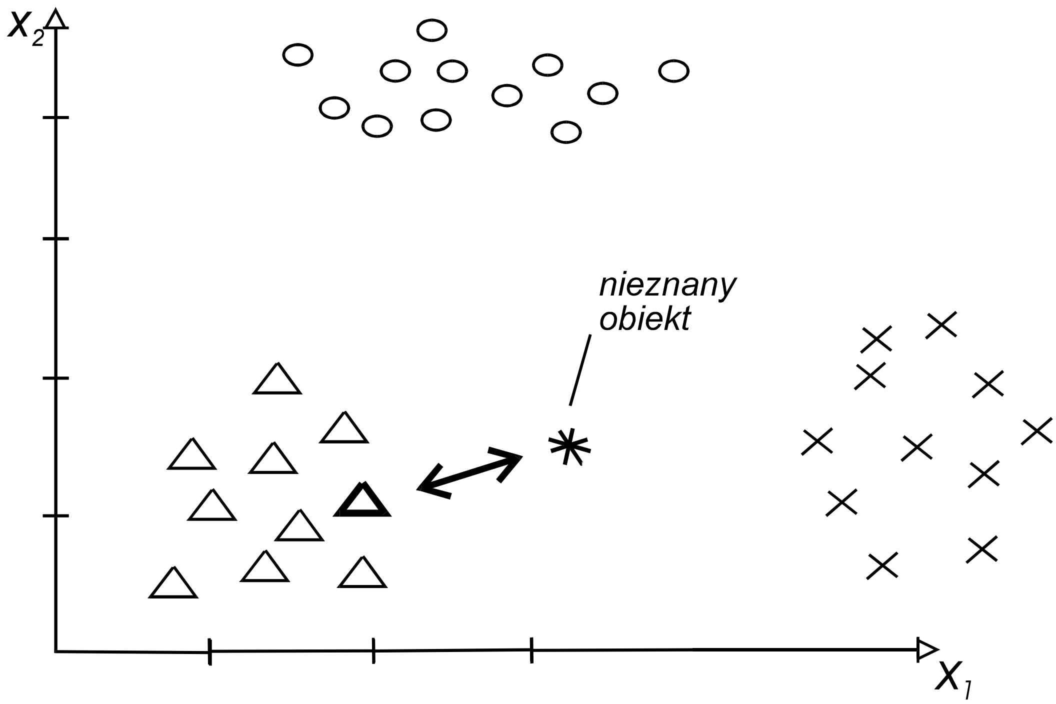


Zasada postępowania w metodach minimalnoodległościowych: wybrać jako ***rozpoznanie*** $i \in I$ tę **klasę** , do której należy obiekt $\underline{x}^{i,k} \in U$ **najbliższy** (według ρ) rozpoznawanemu obiektowi d (wektorowi $\underline{x}$)

$$C^i(\underline{x}) = \frac{1}{\rho\left(\underline{x}, \underline{x}^{i,k}\right) + \varepsilon}; \qquad U^i = \left\{\underline{x}^{i,k}\right\}$$

$i = 1,2,\ldots,L$;

Wartość ε wprowadzono po to, aby było zawsze $C^i(\underline{x}) < \infty$



Podstawowy wariant metody: **algorytm NN** - Nearest Neighbour (najbliższy sąsiad)
Wybór elementu $\underline{x}^{i,k}$ zgodnie z regułą:

$$\rho\left(\underline{x}, \underline{x}^{i,k}\right) = \min_{\underline{x}^{\mu} \in U^i} \left(\underline{x}, \underline{x}^{\mu}\right)$$

<u>Przykład:</u>
Nieznany obiekt * z rysunku zostanie zakwalifikowany do **tej** klasy, do której należy **obiekt ciągu uczącego**, położony **najbliżej** obiektu * w przestrzeni cech.

Wada metody NN: duża wrażliwość na błędy ciągu uczącego.
Oznacza to, że jeśli błędnie określona zostanie przynależność chociaż jednego elementu ciągu uczącego $\underline{x}^{i,k} \in U$, to wówczas całe jego otoczenie będzie błędnie klasyfikowane.
Ograniczenie efektu – wprowadzenie metody α-NN gdzie α - mała liczba całkowita np. α=3.
Wtedy nieznany obiekt zostanie zakwalifikowany do tej klasy, do której należy większość z α-NN (α najbliższych sąsiadów).

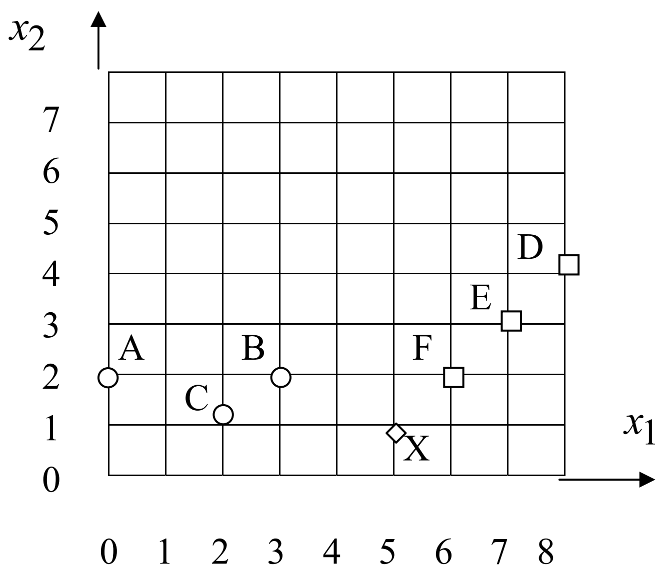
Materiały uzupełniające:

1. Rozdz. 6.5 - **zadania** (str.161-163) ze skryptu „Przetwarzanie Obrazów" Warszawa 2005
2. Rozdz.4 (str.43-53) z książki: R.Tadeusiewicz, M.Flasiński, „Rozpoznawanie Obrazów", PWN Warszawa,1991 (Uwaga: książka znajduje się stronie: http://winntbg.bg.agh.edu.pl/skrypty/0005/main.html (pobierany plik *.zip zajmuje 11MB)

Przykład 1
Korzystając z modelu klasyfikacji sporządzonego na podstawie zbioru uczącego o obiektach: A,B,C z klasy I oraz D,E,F z klasy II i zobrazowanego w dwuwymiarowej przestrzeni cech, zakwalifikować metodą 3-NN (trzech najbliższych sąsiadów) nowy obiekt X opisany następującym wektorem cech:

$$\underline{x}^{x} = [5,1]$$

Operację klasyfikacji przeprowadzić korzystając z odległości wyznaczonych metrykami: uliczną (Manhattan), Czebyszewa i Euklidesową. Porównać wyniki klasyfikacji w zależności od rodzaju zastosowanej metryki.



Przykład 2

Korzystając z modelu klasyfikacji sporządzonego na podstawie zbioru uczącego o obiektach: A,B,C z klasy I oraz D,E,F z klasy II i zobrazowanego w dwuwymiarowej przestrzeni cech, zakwalifikować metodą 3-NN (trzech najbliższych sąsiadów) nowe obiekty X1, X2, X3 o następujących wektorach cech: $\underline{x}^1 = [5,1]$, $\underline{x}^2 = [4,2]$, $\underline{x}^3 = [5,4]$.

Operację klasyfikacji przeprowadzić korzystając z odległości wyznaczonych metrykami: uliczną (Manhattan) i Czebyszewa. W odniesieniu do którego z nowych obiektów rezultat klasyfikacji uzależniony jest od rodzaju zastosowanej metryki?