ANALIZA POPYTU.
OPTYMALNA POLITYKA CENOWA.

Przedmiotem wykładu jest problem zarządzania zyskiem poprzez opracowanie i wdrożenie odpowiedniej strategii różnicowania cen, wykorzystując do tego analizę popytu.

Analiza ilustrowana jest przykładem polityki cenowej prowadzonej przez przewoźników powietrznych.

Przykład: - ceny biletów na lot nr 231 linii Pan American na trasie Nowy Jork – Miami:

15 biletów I klasy	- cena 369 $
23 biletów klasy ekon.	- cena 169-199 $
99 biletów klasy ekon.	- cena 144 $
50 biletów klasy ekon.	- cena 124 $

Razem: 214 biletów po średniej cenie 170 $

Czy taka rozpiętość cen jest racjonalna? Jeśli tak, to jakie są ekonomiczne przesłanki takiego ustalenia cen?

1. POPYT I CZYNNIKI GO KSZTAŁTUJĄCE

Funkcja popytu na produkowany przez przedsiębiorstwo towar - funkcja uzależniająca wielkość popytu na dany produkt (świadczoną usługę) od zmiennych objaśniających - czynników kształtujących popyt:

$$Q = f(X_1, X_2, ..., X_n)$$

Oznaczenia: Q - popyt, $X_1, X_2, ..., X_n$ - n zmiennych objaśniających.

Główne czynniki popytu:

- cena, po której sprzedaje towar analizowane przedsiębiorstwo
- cena oferowana przez firmę konkurencyjną
- ceny dóbr substytucyjnych
- ceny dóbr komplementarnych
- dochody nabywców
- potrzeby i preferencje nabywców
- wydatki na reklamę

Liniowa funkcja popytu (**addytywna** zależność od zmiennych objaśniających):

$$Q = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots + a_n X_n = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i X_i$$

$$a_i = \frac{\partial Q}{\partial X_i}$$

współczynnik a_i jest pochodną cząstkową funkcji popytu po i-tej zmiennej objaśniającej X_i .

Zmiana popytu w zależności od zmian zmiennych objaśniających:

$$\Delta Q = a_1 \Delta X_1 + a_2 \Delta X_2 + \ldots + a_n \Delta X_n$$

Interpretacja parametrów liniowej funkcji popytu $a_1, a_2, \ldots, a_n$:

Współczynnik a_i oznacza o ile zmieni się popyt, jeśli zmienna objaśniająca X_i wzrośnie *ceteris paribus* (przy niezmienionych pozostałych czynnikach) o jednostkę.

Multiplikatywna zależność popytu od zmiennych objaśniających:

$$Q = \mu \, X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} \ldots X_n^{\alpha_n}$$

Powyższą funkcję popytu można sprowadzić do zależności liniowej przez zlogarytmizowanie obu stron równania.

Przykładowa funkcja popytu:

$$Q = a_0 + a_1 P + a_2 P_k + a_3 Y$$

<u>Oznaczenia</u>: Q - popyt na wytwarzany przez firmę produkt, P - cena, P - cena konkurencji, Y - dochód.

Interpretacja parametrów:

Współczynnik a_1 oznacza o ile zmieni się popyt, jeśli cena wzrośnie *ceteris paribus* (przy niezmienionych pozostałych czynnikach) o jednostkę ($a_1 < 0$).

Współczynnik a_2 oznacza o ile zmieni się popyt, jeśli cena konkurencji wzrośnie *ceteris paribus* o jednostkę ($a_2 > 0$).

Współczynnik a_3 oznacza o ile zmieni się popyt, jeśli dochody nabywców wzrosną *ceteris paribus* o jednostkę ($a_3 > 0$ dla dóbr normalnych **) .**

Krzywa popytu

krzywa popytu - wykres funkcji popytu w zależności od ceny, przy założeniu, że zmienne objaśniające kształtują się na określonym, niezmiennym poziomie (zwykle na wykresie przedstawiana jest funkcja odwrotna do funkcji popytu, czyli funkcja ceny)

Jak zmienia się położenie krzywej popytu pod wpływem zmieniających się czynników popytu?

- ruch po krzywej - zmiana popytu. pod wpływem ceny
- przesunięcie krzywej - zmiana popytu. pod wpływem pozostałych czynników, np. na skutek zmiany dochodów nabywców, ceny konkurencji

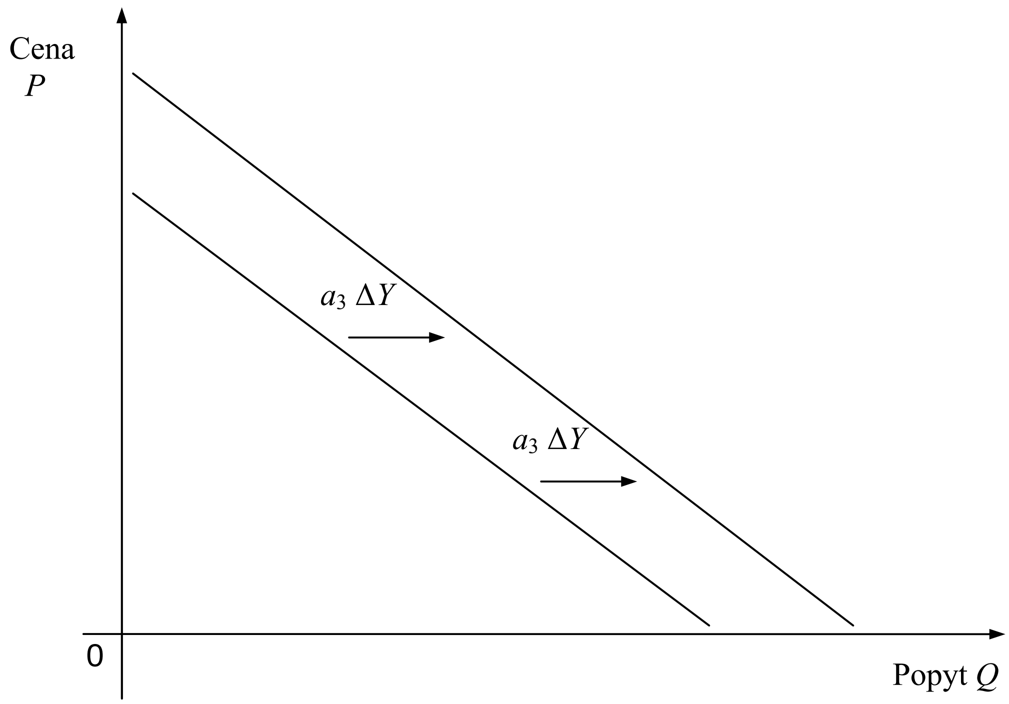
Gdy $a_i > 0$, wzrost zmiennej objaśniającej X_i o ΔX_i spowoduje przesunięcie krzywej popytu w prawo o: $a_i \Delta X_i$.

Gdy $a_i < 0$, wzrost zmiennej objaśniającej X_i spowoduje przesunięcie krzywej popytu w lewo o: $- a_i \Delta X_i$.

Np. wzrost dochodów nabywców o ΔY spowoduje przesunięcie krzywej popytu w prawo o wielkość $a_3 \Delta Y$.

Irena Woroniecka
Wydział Informatycznych Technik Zarządzania
Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania

Krzywa popytu. Przesunięcie krzywej pod wpływem wzrostu dochodów.



2. ELASTYCZNOŚĆ POPYTU

cenowa elastyczność popytu:

$$e_P = \frac{\%\,zmiana\ popytu}{\%\,zmiana\ ceny} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}}$$

e_p - współczynnik cenowej elastyczności popytu

Q - popyt

P - cena

Cenowa elastyczność popytu jest miarą siły reakcji nabywców na zmianę ceny lub inaczej **miarą wrażliwości popytu na zmianę ceny**.

Dokładniej współczynnik cenowej elastyczności popytu **informuje o ile procent zmieni się popyt pod wpływem jednoprocentowej zmiany ceny**, **przy założeniu, że pozostałe czynniki nie ulegną zmianie.**

Irena Woroniecka
Wydział Informatycznych Technik Zarządzania
Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania

Punktowa elastyczność popytu bada wpływ nieskończenie małych względnych zmian ceny:

punktowa elastyczność cenowa popytu: $e_P = \dfrac{\frac{\partial Q}{Q}}{\frac{\partial P}{P}} = \dfrac{\frac{\partial Q}{\partial P}}{\frac{Q}{P}}$

Ze względu na elastyczność popytu wyróżniamy:

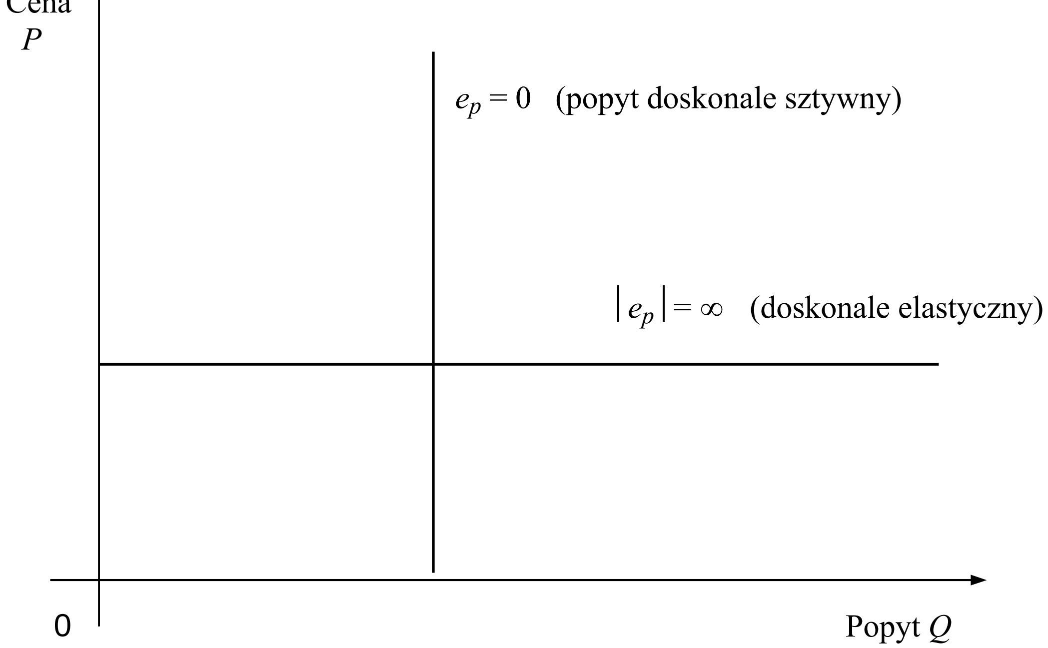
- **popyt doskonale elastyczny** - gdy $|e_p| = \infty$
- **popyt elastyczny** - gdy $|e_p| > 1$ (elastyczność wysoka)
- **popyt o elastyczności równej 1** - gdy $|e_p| = 1$
- **popyt nieelastyczny** - gdy $|e_p| < 1$ (elastyczność niska)
- **popyt sztywny** - gdy $e_p = 0$

Od czego zależy cenowa elastyczność popytu? Przede wszystkim od:

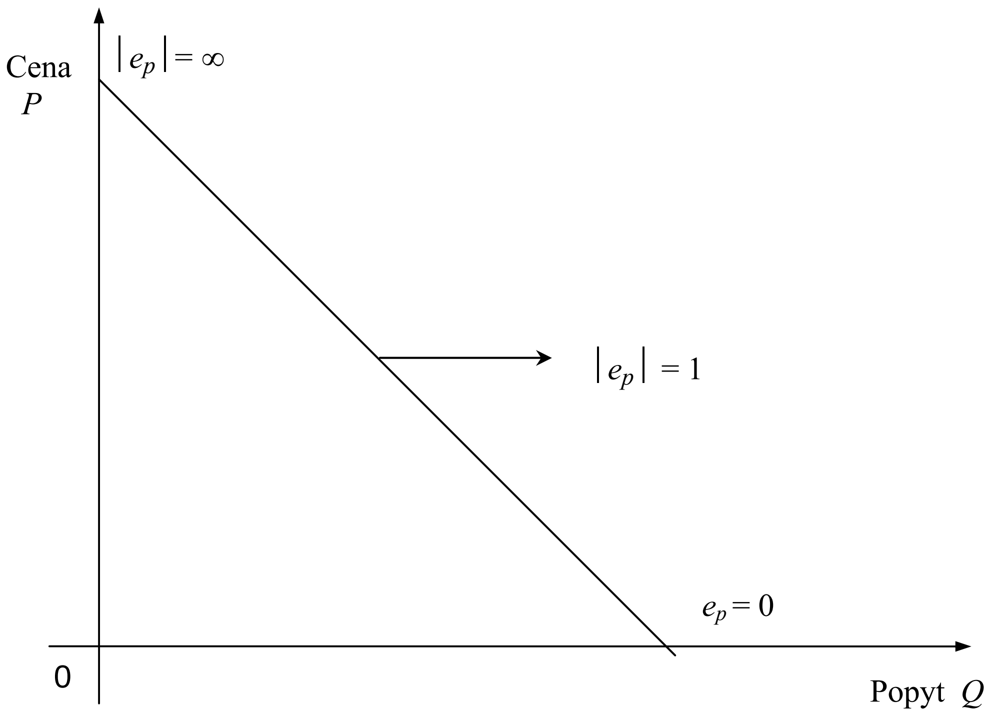
- dostępności substytutów, czyli od możliwości zastąpienia danego towaru przez inne dobro o podobnym przeznaczeniu (wyższa elastyczność popytu dla większej dostępności substytutów)
- czasu dostosowań (im dłuższy czas dostosowań tym wyższa elastyczność popytu)
- niezbędności dobra w subiektywnej ocenie nabywców (im bardziej niezbędne dobro, tym elastyczność mniejsza)
- udziału w wydatkach nabywców (im znaczniejszy udział w wydatkach tym większa elastyczność)

Liniowa funkcja popytu - elastyczność zmienna od 0 do ∞ (porównaj wykres)

Rodzaje popytu: a) sztywny, b) doskonale elastyczny



Liniowa funkcja popytu - elastyczność zmienna od 0 do ∞



Dla wieloczynnikowej funkcji popytu:

$$Q = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

elastyczność popytu względem dowolnego czynnika X_i :

elastyczność wzgl. czynnika X_i : $$e_i = \frac{\%\, zmiana\ \ popytu}{\%\, zmiana\ i - tego\ czynnika} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta X_i}{X_i}}$$

Elastyczność popytu względem czynnika X_i informuje o ile procent zmieni się popyt pod wpływem jednoprocentowej zmiany czynnika X_i , przy założeniu, że pozostałe czynniki nie zmieniają się.

punktowa elastyczność popytu względem dowolnego czynnika X_i :

punktowa elastyczność względem czynnika X_i : $$e_i = \frac{\frac{\partial Q}{Q}}{\frac{\partial X_i}{X_i}} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial X_i}}{\frac{Q}{X_i}}$$

3. ELASTYCZNOŚĆ CENOWA A MOŻLIWOŚĆ PROGNOZOWANIA

$$\frac{\Delta Q}{Q} = a_1 \frac{\Delta X_1}{X_1} + a_2 \frac{\Delta X_2}{X_2} + \dots + a_n \frac{\Delta X_n}{X_n}$$

Współczynniki α_1, α_2, …, α_i, …, α_n, oznaczają elastyczności popytu względem zmiennych objaśniających X_1 , X_2 , …, X_i , …, X_n .

Np. dla funkcji popytu dwóch zmiennych: ceny P i dochodu Y :

$$\frac{\Delta Q}{Q} = a_P \frac{\Delta P}{P} + a_Y \frac{\Delta Y}{Y}$$

Funkcja popytu o stałej elastyczności popytu:

$$Q = \mu X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} \dots X_n^{\alpha_n}$$

Współczynniki $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n$, oznaczają elastyczności popytu względem zmiennych objaśniających $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n$.

$$\frac{\frac{\partial Q}{Q}}{\frac{\partial X_i}{X_i}} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial X_i}}{\frac{Q}{X_i}} = \frac{\partial Q}{\partial X_i} \cdot \frac{X_i}{Q} = \alpha_i$$

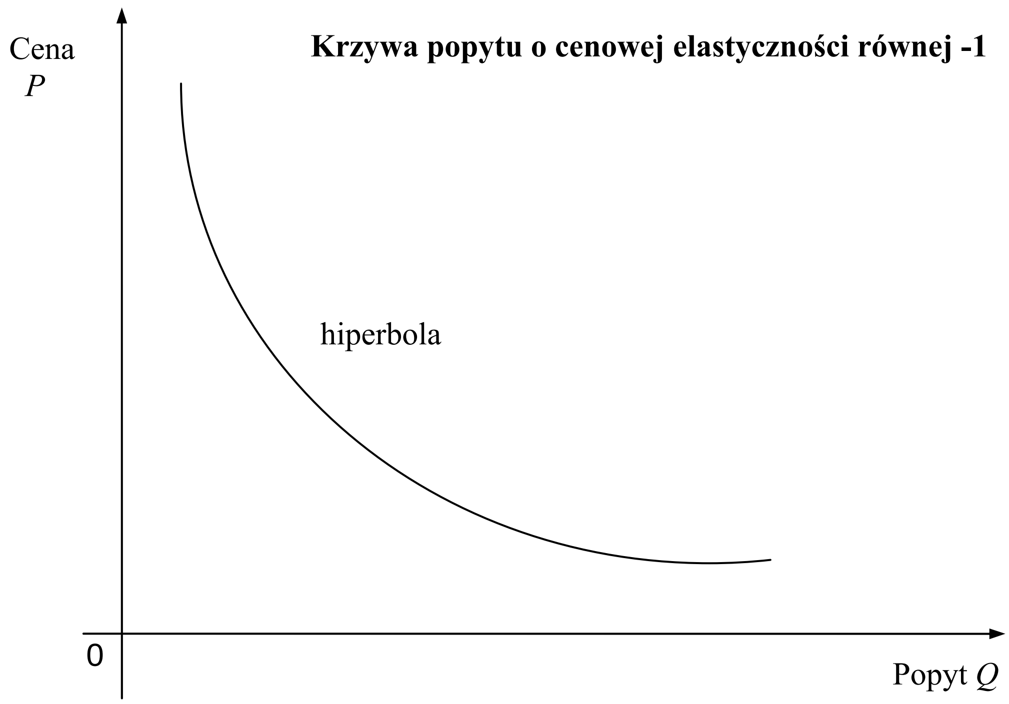
Przykładem może być funkcja popytu zależna od ceny:

$$Q = \mu P^{\alpha}$$

Parametr α oznacza cenową elastyczność popytu, $\alpha < 0$ (ze względu na prawo popytu).

Dla $\alpha = -1$ funkcja popytu $Q = \frac{\mu}{P}$ charakteryzuje się elastycznością równą -1.

Krzywa popytu o cenowej elastyczności równej -1



Oprócz prostej cenowej elastyczności popytu często analizowane są: cenowa mieszana i dochodowa elastyczność popytu.

Mieszana cenowa elastyczność popytu:

cenowa elastyczność mieszana: $$e_p^{'} = \frac{\%\,zmiana\ popytu\ na\ dobro\ a}{\%\,zmiana\ ceny\ dobra\ b} = \frac{\frac{\Delta Q_a}{Q_a}}{\frac{\Delta P_b}{P_b}}$$

Mieszana elastyczność cenowa popytu oznacza procentową zmianę popytu na dobro *a* wywołaną jednoprocentową zmianą ceny dobra *b*, przy założeniu, że pozostałe czynniki są stałe.

Dwa przypadki:

a i b - dobra wzajemnie substytucyjne ($e_p > 0$)

a i b - dobra wzajemnie komplementarne ($e_p < 0$)

Dochodowa elastyczność popytu:

dochodowa elastyczność popytu: $$e_Y = \frac{\%\,zmiana\ popytu}{\%\,zmiana\ dochodu} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta Y}{Y}}$$

Dochodowa elastyczność popytu oznacza procentową zmianę popytu wywołaną jednoprocentową zmianą dochodu nabywców, przy założeniu, że pozostałe czynniki pozostają stałe.

Irena Woroniecka
Wydział Informatycznych Technik Zarządzania
Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania

4. OPTYMALNA POLITYKA CENOWA

Utarg całkowity *R* jest maksymalny, gdy:

- **utarg krańcowy $MR = 0$** (warunek konieczny ekstremum funkcji)
- **elastyczność popytu $|e_p| = 1$**

$$MR = \frac{dR}{dQ} = 0 \qquad R = P(Q) \cdot Q$$

$$MR = \frac{dR}{dQ} = \frac{dP}{dQ} \cdot Q + P \cdot \frac{dQ}{dQ} = 0$$

$$\boxed{MR = P\left(\frac{1}{e_P} + 1\right) = 0} \qquad \text{dla } e_p = -1 \quad MR = 0$$

Polityka cenowa w zależności od elastyczności popytu:

Gdy cenowa elastyczność popytu jest, co do wartości bezwzględnej, większa od jedności, tzn., **gdy popyt jest elastyczny**, (wtedy $MR > 0$), podwyższenie ceny spowoduje zmniejszenie utargu, a obniżenie ceny - wzrost utargu. Przedsiębiorcy opłaca się więc **zwiększać produkcję i obniżać cenę**.

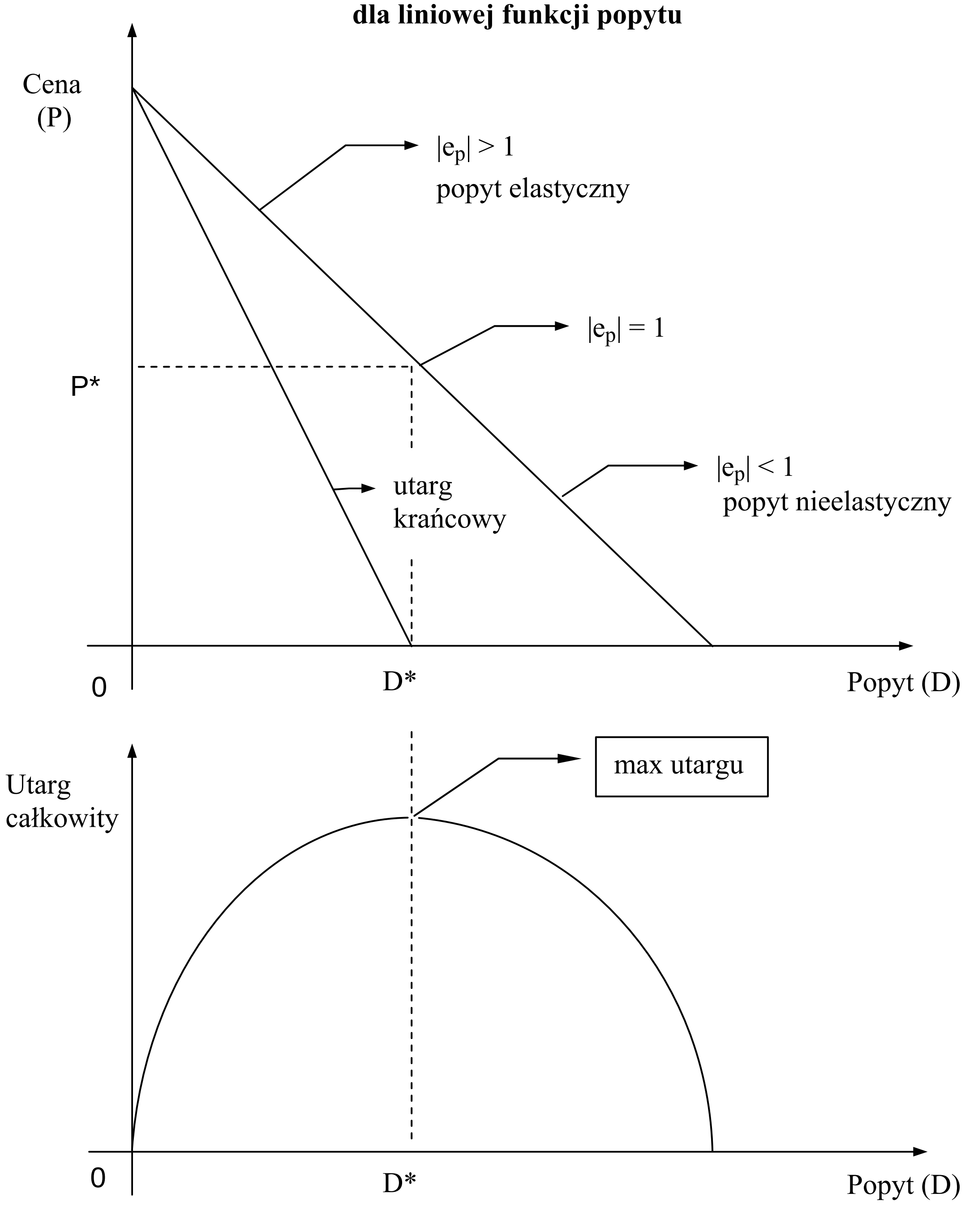
Gdy cenowa elastyczność popytu jest, co do wartości bezwzględnej, mniejsza od jedności, tzn., **gdy popyt jest nieelastyczny**, (wtedy $MR < 0$), podwyższenie ceny spowoduje wzrost utargu, a obniżenie ceny – spadek utargu. Przedsiębiorcy opłaca się więc **ograniczać produkcję i podwyższać cenę**.

Uwaga: Maksymalizacja utargu jest rozstrzygającym kryterium opłacalności przedsiębiorstwa tylko w przypadku tzw. **czystego problemu sprzedaży**.

Czysty problem sprzedaży.

- Gdy koszt krańcowy $MC = 0$ (warunek maksymalizacji zysku: $MR = MC$ przyjmuje wtedy postać $MR = 0$, a przedsiębiorstwo *de facto* dąży do maksymalizacji utargu).
- **Przykłady:** sprzedaż zapasów, sprzedaż biletów lotniczych, sprzedaż oprogramowania komputerowego.

Zależność między utargiem całkowitym a elastycznością cenową popytu dla liniowej funkcji popytu



Problem wyznaczania ceny dla ogólniejszego przypadku, gdy $MC \neq 0$

Warunek maksymalizacji zysku:

$$MR = MC$$

Zależność utargu krańcowego od cenowej elastyczności popytu:

$$MR = P\left(\frac{1}{e_P} + 1\right)$$

Przyrównanie utargu krańcowego *MR* do kosztu krańcowego *MC*:

$$P\left(\frac{1}{e_P} + 1\right) = MC$$

Po przekształceniu otrzymujemy zależność:

$$\boxed{\frac{P - MC}{P} = -\frac{1}{e_P}}$$

narzut ceny ponad koszty krańcowe wyrażony jako procent ceny

Równanie to określa tzw. **zasadę optymalnego narzutu ceny na koszty**.

Zasada optymalnego narzutu na koszty: Im popyt sztywniejszy, tym wyższą cenę ponad koszt krańcowy należy wyznaczyć, im większa elastyczność popytu, tym niższą cenę należy ustalić.

5. STRATEGIE RÓŻNICOWANIA CEN. PROBLEM DYSKRYMINACJI CENOWEJ.

Rodzaje dyskryminacji cenowej:

- **doskonała** dyskryminacja cenowa (**I stopnia**) - różne ceny dla poszczególnych nabywców
- dyskryminacja cenowa **II stopnia** - różne formuły cenowe, **upusty cenowe**,

  np. formuła uzależniająca wysokość ceny od wielkości zakupu:

  $$P = A + pQ \qquad \frac{P}{Q} = \frac{A}{Q} + p$$
- dyskryminacja cenowa **III stopnia** - różne ceny dla poszczególnych **segmentów rynku**

Problem: **Jak wyznaczać optymalne ceny** (i wielkości dostaw) na poszczególne segmenty rynku?

Gdy mamy informacje na temat popytu na poszczególnych segmentach rynku i dane dotyczące kosztów, możemy zastosować analizę marginalną:

$$MR = MC$$

Jeśli popyt na poszczególnych segmentach rynku jest niezależny, stosuje się powyższą zasadę oddzielnie dla każdego segmentu rynku (np. dla segmentu *a* i *b*):

$$MR_a = MC_a$$

$$MR_b = MC_b$$

Jeśli popyt na poszczególnych segmentach jest współzależny, stosuje się rozwiązanie jak dla przypadku popytu współzależnego dla wielu asortymentów produkcji (analiza marginalna z zastosowaniem pochodnych cząstkowych) – porównaj przykład II.

Przykład I - różnicowanie cen na **rynku krajowym** i na **rynku zagranicznym**

Producent i eksporter stali; 2 segmenty rynku: rynek krajowy (H) i rynek zagraniczny (F); produkcja stali wyrażona w tys. arkuszy, cena w $ za 1 arkusz.

Jest to **przypadek popytu niezależnego**.

Dane:

$P_H = 4000 - 5Q_H$ funkcja odwrotna do funkcji popytu na rynku krajowym (funkcja ceny)

$P_F = 3000 - 2Q_F$ funkcja odwrotna do funkcji popytu na rynku zagranicznym

Popyt na rynku krajowym jest mniej elastyczny ze względu na bariery celne, na rynku międzynarodowym popyt jest bardziej elastyczny ze względu na większą konkurencję.

$MC_H = 1000$ koszt krańcowy dla produktu sprzedawanego na rynku krajowym

$MC_F = 1400$ koszt krańcowy na rynku zagranicznym

Koszty na rynku zagranicznym są wyższe ze względu na dodatkowe koszty transportu.

Rozwiązanie optymalne:

$Q_H = 300$ $P_H = 2500$

$Q_F = 400$ $P_F = 2200$

Ustalenie cen na rynku krajowym i zagranicznym, pozornie nieracjonalne (stal jest eksportowana po niższych cenach pomimo wyższych, ze względu na koszty transportu, kosztów), staje się zrozumiałe w świetle strategii dyskryminacji cenowej.

Optymalna polityka cenowa przy wieloasortymentowości produkcji:

- przypadek popytu niezależnego
- przypadek popytu współzależnego

Irena Woroniecka
Wydział Informatycznych Technik Zarządzania
Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania

Przypadek popytu współzależnego

$\pi = R - C \rightarrow \max$ całkowity zysk ze sprzedaży dwóch asortymentów: *a* i *b*

$R = R_a(Q_a, Q_b) + R_b(Q_a, Q_b)$ całkowity utarg ze sprzedaży dwóch asortymentów: *a* i *b*

$C = C_a(Q_a) + C_b(Q_b)$ całkowity koszt produkcji dwóch asortymentów: *a* i *b*

$$\pi = R_a(Q_a, Q_b) + R_b(Q_a, Q_b) - C_a(Q_a) - C_b(Q_b)$$

$\frac{\partial \pi}{\partial Q_a} = 0, \quad \frac{\partial \pi}{\partial Q_b} = 0$ warunek maksymalizacji zysku całkowitego

$\frac{\partial R_a}{\partial Q_a} + \frac{\partial R_b}{\partial Q_a} = \frac{\partial C_a}{\partial Q_a}$ tzn.: $MTR_a = MC_a$

$\frac{\partial R_a}{\partial Q_b} + \frac{\partial R_b}{\partial Q_b} = \frac{\partial C_b}{\partial Q_b}$ tzn.: $MTR_b = MCb_a$

Przykład II - popyt współzależny

Dane:

$P_a = 280 - 2Q_a$ funkcja odwrotna do funkcji popytu na produkt *a*

$P_b = 180 - Q_b - 2Q_a$ funkcja odwrotna do funkcji popytu na produkt *b*

Cena produktu *b* zależy nie tylko od popytu na dobro *b*, ale i od popytu na dobro *a*.

$MC_a = 80$ koszt krańcowy dla produktu *a*

$MC_b = 40$ koszt krańcowy dla produktu *b*

Rozwiązanie optymalne:

$Q_a = 30 \qquad P_a = 220$

$Q_b = 40 \qquad P_b = 80$

Zastosowanie strategii dyskryminacji cenowej do zwiększenia zysku

Przykład III - różnicowanie cen biletów lotniczych

Dane:

$Q = 580 - 2P$ funkcja popytu na bilety lotnicze

$Q \le 180$ ograniczenie liczby miejsc w samolocie

$\boxed{MC = 0}$ koszt krańcowy równy 0, czysty problem sprzedaży

$\boxed{MR = 0}$ warunek maksymalizacji utargu całkowitego *R*

Rozwiązanie optymalne bez stosowania różnicowania cen:

$Q = 180$ $P = 200$ utarg całkowity $R = 36\,000$

Dzięki zastosowaniu strategii dyskryminacji cenowej można zwiększyć zysk.

Można wyróżnić dwa segmenty rynku: biznesowy i turystyczny

$Q_B = 330 - P_B$ funkcja popytu - segment podróży biznesowych

$Q_T = 250 - P_T$ funkcja popytu - segment podróży turystycznych

$P_B = 330 - Q_B$ funkcja ceny na bilety lotnicze - segment podróży biznesowych

$P_T = 250 - Q_T$ funkcja ceny na bilety lotnicze - segment podróży turystycznych

Maksymalizowany jest całkowity utarg na obu segmentach rynku przy ograniczeniu na liczbę miejsc w samolocie:

$$\begin{cases} TR = P_B Q_B + P_T Q_T = (330 - Q_B)Q_B + (250 - Q_T)Q_T = 330Q_B - Q_B^2 + 250Q_T - Q_T^2 \to \max \\ Q_B + Q_T \le 180 \end{cases}$$

Metoda mnożników Lagrange'a

Funkcja Lagrange'a:

$FL = TR + u\left(180 - (Q_B + Q_T)\right)$ u - mnożnik Lagrange'a

Przyrównanie pochodnych cząstkowych funkcji Lagrange'a do zera:

$$\frac{\partial FL}{\partial Q_B} = 0 \qquad \frac{\partial FL}{\partial Q_T} = 0 \qquad \frac{\partial FL}{\partial u} = 0$$

Rozwiązanie optymalne:

$Q_B = 110$ $P_B = 220$ cena wyższa w segmencie biznesowym

$Q_T = 70$ $P_T = 180$ cena niższa w segmencie turystycznym

utarg całkowity $R = 36\,800$ o 800 większy niż w przypadku stosowania jednolitej ceny $P = 200$

Jeśli występują większe różnice w elastyczności popytu między segmentami rynku: biznesowym i turystycznym, optymalne ceny w obu segmentach różnią się w większym stopniu i następuje bardziej znaczący wzrost przychodów ze sprzedaży dzięki dyskryminacji cenowej.

Inne dane (popyt w segmencie turystycznym jest bardziej elastyczny w porównaniu z biznesowym):

$Q_B = 330 - 0{,}5P_B$ funkcja popytu - segment biznesowy (mniej elastyczny)

$Q_T = 250 - 1{,}5P_T$ funkcja popytu - segment turystyczny (bardziej elastyczny)

Rozwiązanie optymalne:

$Q_B = 137{,}5$ $P_B = 385$ cena znacznie wyższa w segmencie biznesowym

$Q_T = 42{,}5$ $P_T = 138{,}3$ cena znacznie niższa w segmencie turystycznym

utarg całkowity $R = 58\,816{,}7$ znacznie wyższy (o ponad 22 tys.) niż w przypadku stosowania jednolitej ceny $P = 200$.